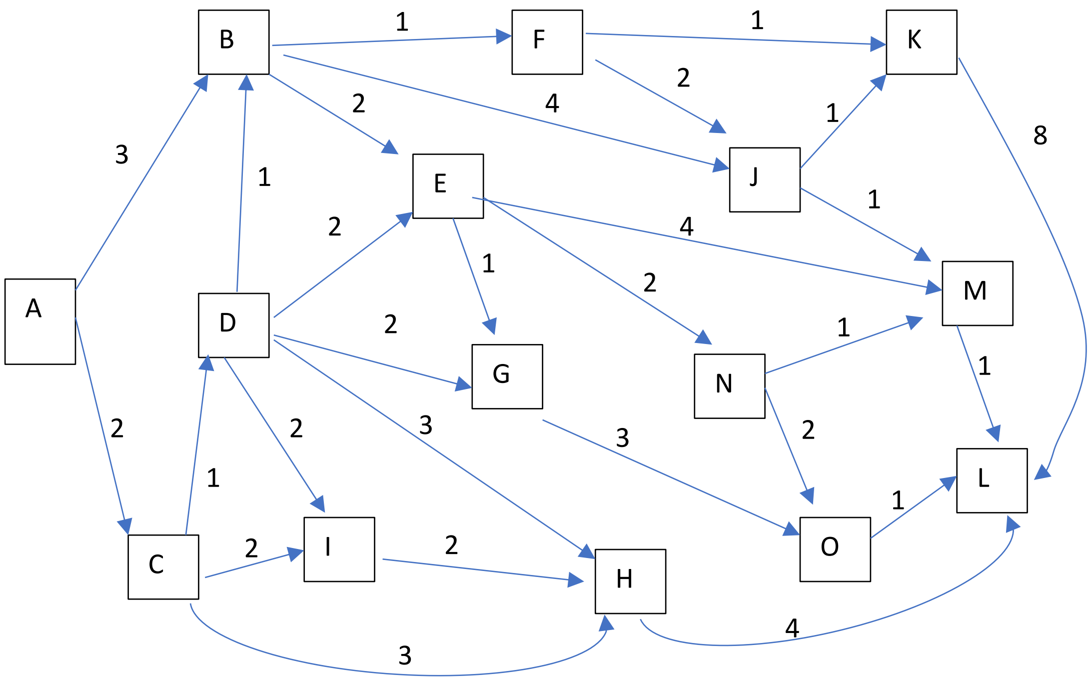
Zarządzanie operacjami – ćwicz.2 – najkrótsza ścieżka

Jaka jest najkrótsza ścieżka pomiędzy wierzchołkami A i L grafu przedstawionego na rysunku?



1. Przegląd zupełny:

A-B-J-M-L – 10

A-B-E-N-O-L – 10

A-C-I-H-L – 10

Itd. Itd.

2. Algorytm zachłanny – na każdym wierzchołku wybieramy łuk o niższej wartości.

ALTERNATYWY	WYBRANY WIERZCHOŁEK (SUMA DROGI)
~~AB(3)~~ AC(2)	->C(2)
CD(1) ~~CI(2)~~ ~~CH(3)~~	->D(3)
DB(1) ~~DE(2)~~ ~~DG(2)~~ ~~DH(3)~~ ~~DI(2)~~	->B(4) *
~~BE(2)~~ BF(1) ~~BJ(4)~~	->F(5)
~~FJ(2)~~ FK(1)	->K(6)**
KL(8)	->L(14)

* widać w punkcie B można być szybciej idąc ścieżką AB – ale to niezgodne z algorytmem

** nie ma wyboru trzeba dalej iść ścieżką o bardzo wysokim koszcie

3. Algorytm Dijkstry

Tabela

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_X															
P_X															

T_X– najkrótszy czas dojścia do wierzchołka

P_X– poprzednik na najkrótszej ścieżce do wierzchołka

Dla punktu A

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_X	0														
P_X	-														

Sprawdzenie łuków z A. Do B jest 3 a poprzednikiem jest A do C jest 2 a poprzednikiem jest A.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_X	0	3	2												
P_X	-	A	A												

Kolejny wierzchołek musi mieć określone ścieżki od wszystkich poprzedników. Z B i C spełnia C. Zatem mamy z C do D jest 1 i poprzednik C, z C do I jest 2 poprzednik C, z C do H jest 3 poprzednik C. W T_D dla wierzchołka D wpisujemy 3 (gdyż AC to było 2 co jest wpisane w T_C plus 1 dla CD), analogicznie dla I: T_I=4 (T_C=2 plus odległość CI=2), oraz dla H: T_H=5 (T_C=2 plus odległość CH=3).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3				5	4						
P_V	-	A	A	C				C	C						

Kolejny wierzchołek do rozparzenia to D. Sprawdzamy łuk DB. Ma długość 1 więc dojście do B zajmie w sumie 4, jest to więcej niż obecnie wpisane w T_v dla punktu B więc dla tego punktu nie modyfikujemy nic. Łuk DE o długości 2: T_X dla E wynosi 5 (T_D=3+2), poprzednik do D. Łuk DG o długości 2: T_X dla G wynosi 5 (T_D=3+2), poprzednik do D. Łuk DH o długości 3: T_X dla H powinno wyjść 6(T_D=3+3), ale w punkcie H jest już wskazana ścieżka krótsza (tak jak dla punktu B) więc nic nie zmieniamy. Analogicznie dla punktu T_D=3+2 to mniej niż wpisane obecnie T_I=4

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5		5	5	4						
P_V	-	A	A	C	D		D	C	C						

Kolejny wierzchołek to B lub I. Rozpatrzmy I. Łuk IH ma długość 2, T_I=4+2 stąd T_H=6, jest to więcej niż dotąd zatem nic nie zmieniamy.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5		5	5	4						
P_V	-	A	A	C	D		D	C	C						

Rozważamy wierzchołek B. Łuk BF ma długość 1. T_B=3+1 stąd T_F=4 i P_F=B. Łuk BJ ma długość 4. T_B=3+4 stąd T_J=7 i P_J=B. Łuk BE ma długość 2 stąd T_E = 5 tyle samo co w tabeli więc wartość zostaje a dodajemy dodatkowy poprzednik

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5	4	5	5	4	7					
P_V	-	A	A	C	D,B	B	D	C	C	B					

Wierzchołki które mają wszystkie poprzedniki z wyliczonymi T_x to E, F, H. Rozpatrzmy E. Łuk EG ma długość jeden, T_E=5+1 stąd T_G=6 ale to więcej niż bieżące więc nic nie zmieniamy. Łuk EM ma długość 4, T_E=5+4 stąd T_M=9 i P_M=E. Łuk EN ma długość 2, T_E=5+2 stąd T_N=7 i P_N=E.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5	4	5	5	4	7			**9**	**7**	
P_V	-	A	A	C	D,B	B	D	C	C	B			**E**	**E**	

Wierzchołek F. Łuk FJ ma długość 2, T_F=4+2 stąd T_J=6. Obecnie w tabeli T_J=7 zatem znaleźliśmy krótszą ścieżkę więc wpisujemy nowe T_J=6 i P_J=F. Łuk FK ma długość 1, T_F=4+1 stąd T_K=5 i P_K=F.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5	4	5	5	4	**~~7~~ 6**	**5**		9	7	
P_V	-	A	A	C	D,B	B	D	C	C	**~~B~~ F**	**F**		E	E	

Wierzchołek G. Łuk GO ma długość 3, T_G =5+3 stąd T_O=8 i P_O=G.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5	4	5	5	4	6	5		9	7	**8**
P_V	-	A	A	C	D,B	B	D	C	C	F	F		E	E	**G**

Wierzchołek H. Łuk HL ma długość 4, T_H =5+4 stąd T_L=9 i P_L=H.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5	4	5	5	4	6	5	**9**	9	7	8
P_V	-	A	A	C	D,B	B	D	C	C	F	F	**H**	E	E	G

Wierzchołek J. Łuk JK ma długość 1, T_J =6+1 stąd T_K=7 czyli więcej niż tabeli zatem nic nie zmieniamy. Łuk JM ma długość 1, T_J = 6+1 stąd T_M = 7 czyli mniej niż obecnie w tabeli. Wpisujemy nowe T_M = 7 i P_M = J

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5	4	5	5	4	6	5	9	**~~9~~ 7**	7	8
P_V	-	A	A	C	D,B	B	D	C	C	F	F	H	**~~E~~ J**	E	G

Z wierzchołka K jest tylko łuk do L o długości 8, ścieżka do T_K = 5 stąd T_L by miało 13 czyli więcej niż w tabeli więc nic nie zmieniamy. Następnie z N mamy łuk do M o długości 1. T_N =7 stąd T_M=8 czyli więcej niż wartość bieżąca w tabeli – nic nie zmieniamy. Łuk NO ma długość 2, T_N =7 stąd T_O =9 czyli więcej niż wartość bieżąca w tabeli – nic nie zmieniamy. Łuk ML ma długość 1, T_M = 7 więc T_L = 8 czyli mniej niż w tabeli. Zmieniamy T_L=8, P_L = M

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5	4	5	5	4	6	5	~~9~~ **8**	7	7	8
P_V	-	A	A	C	D,B	B	D	C	C	F	F	~~H~~ **M**	J	E	G

Ścieżka do wierzchołka O już ma długość 8, więc nie warto rozważać łuk OL bo będzie dłuższy ni wynik który został uzyskany.

Tabela końcowa

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	0
T_V	0	3	2	3	5	4	5	5	4	6	5	8	7	7	8
P_V	-	A	A	C	D,B	B	D	C	C	F	F	M	J	E	G

Budujemy najkrótszą ścieżkę „od końca" czyli ostatnie jest L, jego poprzednikiem (P_L) jest M, poprzednikiem M jest J, poprzednikiem J jest F, poprzednikiem F jest B, poprzednikiem B jest A.

Czyli LMJFBA, a od początku ABFJML. Długość wynosi 8.

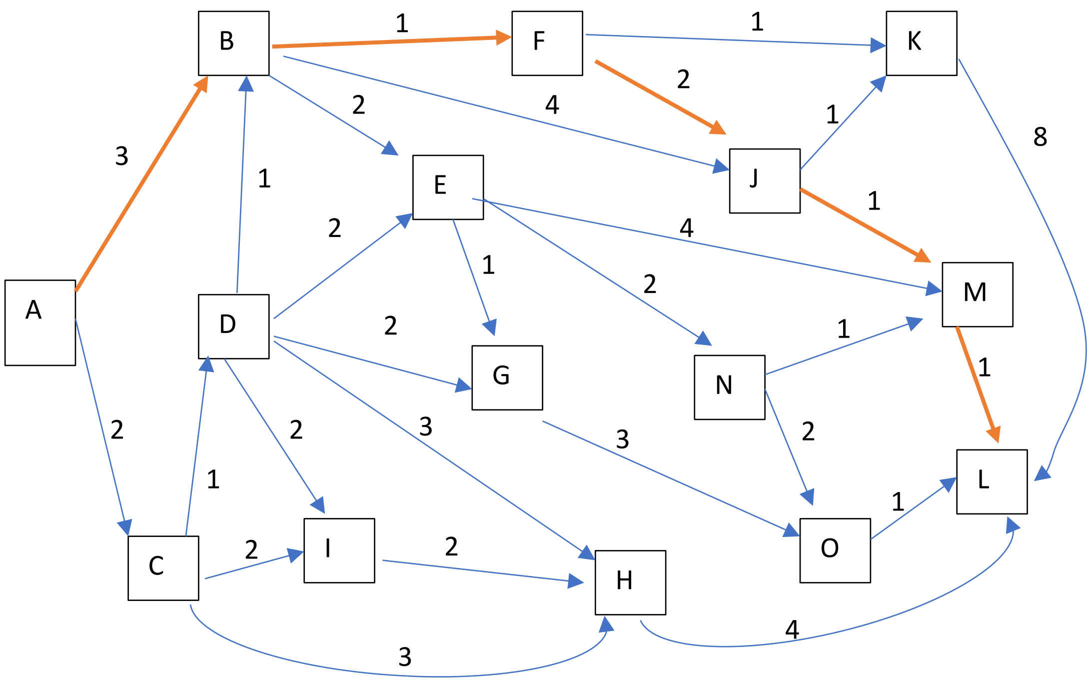
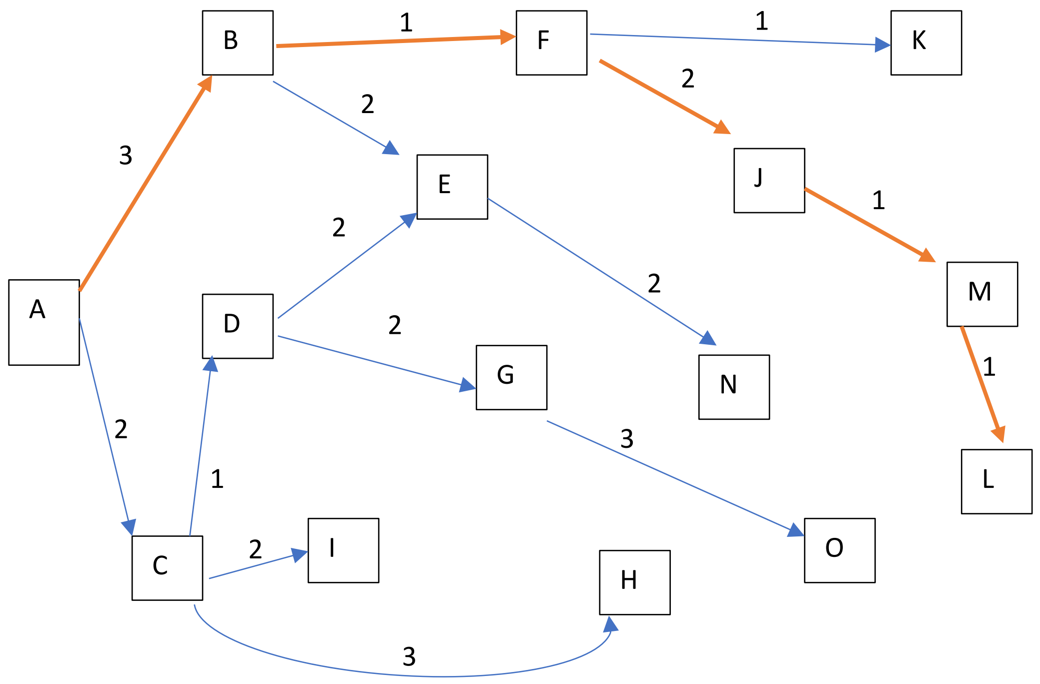
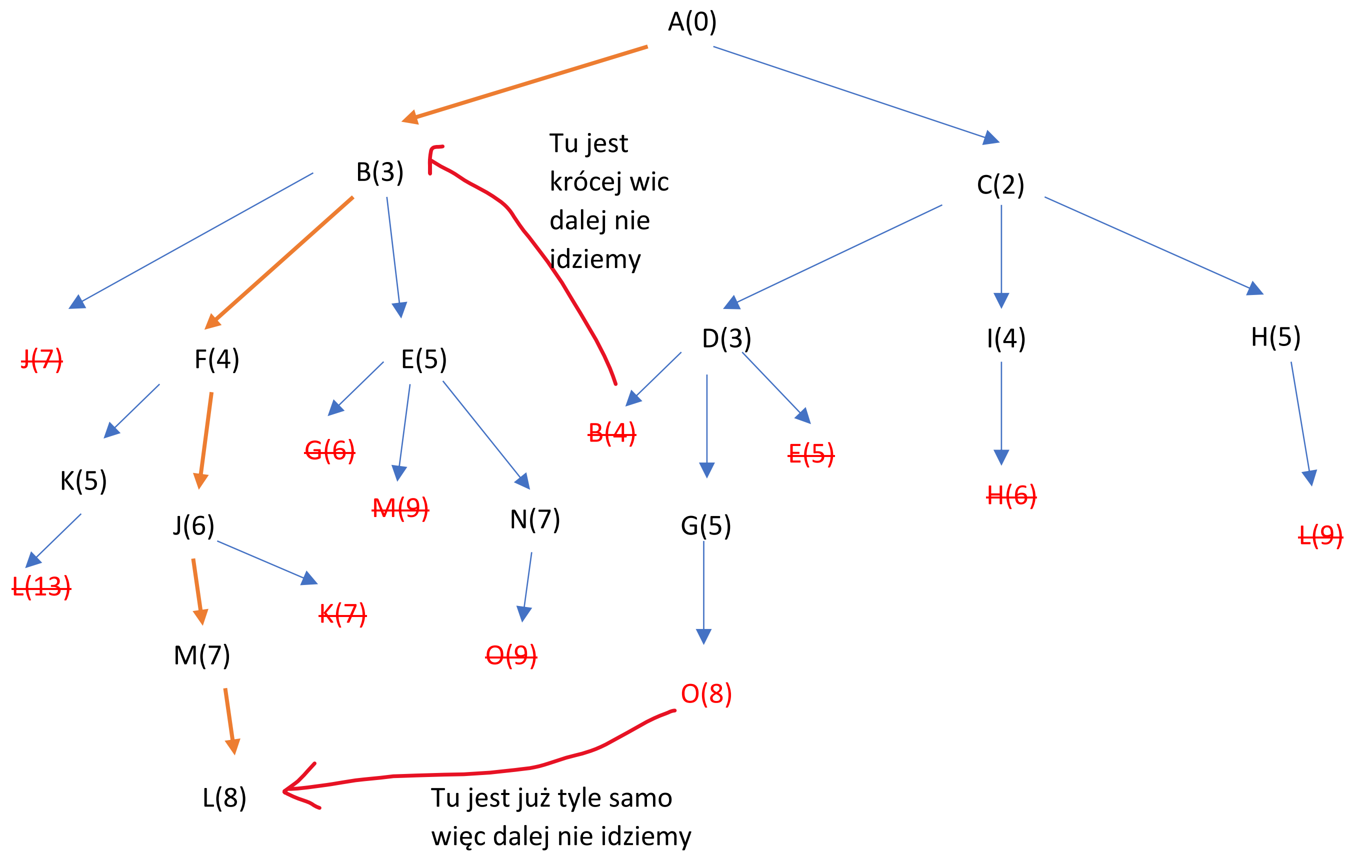


Tabela ilustruje najkrótsze ścieżki do wszystkich wierzchołków licząc od A. Wystarczy dla każego wierzchołka na diagramie zostawić te łuki które dochodzą z P_x a resztę usunąć.



Poszukiwanie poprzez rysowanie drzewa przeszukiwania. Z początkowego węzła rysujemy kolejne etapy ścieżek przy czym jeśli do konkretnego punktu uda się dotrzeć szybciej, dotychczasową drogę się skreśla



Zadanie domowe:

Proszę narysować graf o 17 wierzchołkach i wyznaczyć najkrótszą ścieżkę od wierzchołka początkowego do końcowego. Można użyć tabelki lub rysować drzewko.

Uwaga: Każdy wierzchołek musi mieć co najmniej trzy łuki wejściowe lub wyjściowe. Dla wierzchołka początkowego są tylko łuki wychodzące (tylko jeden na grafie) a dla wierzchołka końcowego tylko łuki wejściowe (tylko jeden taki na grafie)/